



UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

TRABAJO FIN DE ESTUDIOS

Título

Proceso de Enseñanza-Aprendizaje de las Operaciones
Matemáticas Elementales: Materiales y Recursos

Autor/es

VÍCTOR MERINO MARTÍNEZ

Director/es

JOSÉ IGNACIO EXTREMIANA ALDANA

Facultad

Facultad de Letras y de la Educación

Titulación

Grado en Educación Primaria

Departamento

MATEMÁTICAS Y COMPUTACIÓN

Curso académico

2019-20



Proceso de Enseñanza-Aprendizaje de las Operaciones Matemáticas Elementales: Materiales y Recursos, de VÍCTOR MERINO MARTÍNEZ (publicada por la Universidad de La Rioja) se difunde bajo una Licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 3.0 Unported. Permisos que vayan más allá de lo cubierto por esta licencia pueden solicitarse a los titulares del copyright.

TRABAJO FIN DE GRADO

Título

**Proceso de Enseñanza-Aprendizaje de las Operaciones
Matemáticas Elementales: Materiales y Recursos**

Autor

Víctor Merino Martínez

Tutor/es

José Ignacio Extremiana Aldana

Grado

Grado en Educación Primaria [206G]

Facultad de Letras y de la Educación

Año académico

2019/20



**UNIVERSIDAD
DE LA RIOJA**

Agradecimientos

Escribiendo esto me acuerdo de muchas personas que han sido imprescindibles en mi recorrido estudiantil. Es inevitable acordarme de mis profesores del colegio Alberto Martín Gamero, de mi pueblo, profesores del IES Marco Fabio Quintiliano, y profesores de la Universidad de La Rioja, en especial de mi tutor José Ignacio Extremiana Aldana. A todas aquellas personas que han intervenido en mi educación y enseñanza, y que han hecho posible que hoy esté aquí, gracias.

Tampoco me puedo olvidar de todos y cada uno de mis compañeros, pues de una manera u otra han intervenido en mi desarrollo como persona. Aunque quisiera hacer una mención particular a mi amiga Berta Salazar de Gurendes Gutiérrez, ya que de no haber sido por ella, mi etapa universitaria no hubiera sido tan maravillosa como lo ha sido. Gracias Berta, por estar ahí siempre, en los momentos buenos y en los momentos más difíciles.

De igual forma quisiera mencionar a Raquel Caballero Echecón, por sus consejos y su profesionalidad como docente. Y también a Mónica Urtubia Ovejas por haberme apoyado siempre. Gracias.

Tengo que dar las gracias a mi padre, a mi hermana y a mi pareja, por hacer mi vida más bonita y por quererme incondicionalmente. Muchas gracias a toda mi familia.

Y por último, mil gracias mamá. Gracias por haber sido mi compañera, mi mejor amiga, mi guía y mi vida entera. Gracias por habérmelo dado todo. Gracias por haber podido disfrutar de ti. Y gracias por hacerme así, como soy, con mis virtudes y mis defectos. Uno de tus mayores sueños, que tu hijo fuera profesor. Todo esto va por ti.

Te querré siempre mamá

Resumen

Este proyecto ofrece una propuesta de trabajo con la que llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje de las operaciones matemáticas elementales en la etapa de Educación Primaria. Se expone la importancia de vincular la motivación con el conocimiento matemático, de manera que se consiga despertar la curiosidad y el interés del estudiante. Por último, con el fin de inspirar al alumno y obtener en él un aprendizaje competencial y significativo, se propone la utilización de materiales manipulativos, acompañados de algunas de las metodologías del s.XXI.

Palabras clave

Materiales manipulativos, aprendizaje competencial y significativo, Educación Primaria, matemáticas, enseñanza-aprendizaje, operaciones elementales, motivar.

Abstract

This Project suggests a working proposal to continue with the teaching and learning process of basic Mathematics in Primary School years. The relevance of linking motivation to mathematical knowledge is exposed to enable curiosity and interest to be awakened in the student. The last stage, manipulative teaching material is proposed together with some methodologies from the current XXI century. This has the purpose of inspiring the student and getting a competent and meaningful knowledge.

Key words

Manipulative teaching material, competent and meaningful learning, Primary School, Mathematics, teaching and learning, basic operations, motivate.

Índice

Introducción	7
Objetivos	9
Justificación	10
Currículo de Educación Primaria: Contenidos	11
Marco legal	11
Contenidos del bloque 2: números	11
Metodología	12
Metodologías del s.XXI	13
<i>Aprendizaje basado en proyectos</i>	<i>13</i>
<i>Método ABN o método basado en números</i>	<i>13</i>
<i>Aprendizaje cooperativo</i>	<i>14</i>
Importancia del rol del profesor	15
Importancia del rol del profesor en el área de las matemáticas	15
Enseñanza-aprendizaje de las operaciones matemáticas elementales	18
La suma	20
La resta	24
La multiplicación	25
La división	28
Materiales y recursos didácticos para trabajar las operaciones matemáticas elementales	30
Materiales manipulativos	30
<i>Regletas de Cuisenaire</i>	<i>30</i>
<i>Bloques multibase</i>	<i>31</i>
<i>Recta numérica</i>	<i>32</i>
<i>Ábaco</i>	<i>32</i>
<i>Dado</i>	<i>33</i>
<i>Ruedas de cálculo</i>	<i>33</i>
<i>Dominó matemático</i>	<i>34</i>
<i>Máquina de sumas y restas</i>	<i>34</i>

<i>Bingo matemático</i>	35
Las TIC como recurso didáctico	36
Propuestas de actividades con el uso de materiales y recursos didácticos	37
Regletas de Cuisenaire	37
Bloques multibase	37
Recta numérica	38
Ábaco	38
Dado	38
Ruedas de cálculo	39
Dominó matemático	39
Máquina de sumas y restas	39
Bingo matemático	40
Conclusión	41
Referencias bibliográficas	42
ANEXO	44
<i>1° de Educación Primaria</i>	44
<i>2° de Educación Primaria</i>	44
<i>3° de Educación Primaria</i>	45
<i>4° de Educación Primaria</i>	45
<i>5° de Educación Primaria</i>	46
<i>6° de Educación Primaria</i>	47

Introducción

Desde hace ya algún tiempo, demasiado podría decirse, un gran número de personas piensan o dicen ser un desastre para las matemáticas, y además las viven como una asignatura que no saben cómo abordar. ¿Por qué surge ese rechazo hacia las matemáticas?

Las personas que están inmersas en esta concepción tan pesimista y errónea del ámbito matemático, de las matemáticas en general, se plantean preguntas y pensamientos tales como: “¿para qué me van a servir estos conocimientos, si nunca en mi vida voy a tener que utilizarlos?”. En mi opinión, se deberían plantear cuestiones diferentes: “¿para qué pueden servirme las matemáticas?”, “¿de qué hablan las matemáticas?”, “para empezar, ¿hablan de algo?” (Guedj, D., 2009).

Las matemáticas son un lenguaje, en el que cada frase expresa una idea, enuncia un resultado y formula una o varias preguntas. “¿Qué son las operaciones matemáticas básicas y para qué me sirven?”, “¿qué utilidad les puedo dar en mi vida cotidiana?”, son algunas de las preguntas que deberíamos perseguir para entender y poder utilizar, de una manera correcta y eficaz, las matemáticas.

Tradicionalmente, y en la mayoría de los casos, la enseñanza de las matemáticas ha sido una mera transmisión de conocimientos de parte del maestro hacia los alumnos para que éstos los memorizaran y, posteriormente, los plasmasen en un folio el día del examen. ¿No sería más gratificante aprender matemáticas experimentando, entendiendo el porqué de las operaciones que realizamos, y jugando con ellas?

Actualmente, la enseñanza de las matemáticas ha evolucionado, a la par que evoluciona la sociedad. El docente ha evolucionado y su forma de enseñar también. Ahora el docente es cada vez más cercano e incita a la participación del alumnado en su proceso de aprender. Los alumnos son partícipes de su propio aprendizaje, manipulando y jugando con los conocimientos. “El conocimiento matemático no se adquiere exclusivamente por transmisión verbal de los adultos, como sucede con el conocimiento social. El aprendizaje de las matemáticas supone una actividad mental, que en estas edades ha de tener una base manipulativa” (Cascallana, 1998). El maestro trata de que los alumnos no sólo escuchen, sino que pongan en práctica los nuevos contenidos persiguiendo un aprendizaje más competencial.

Vivimos en una era en la que la globalización y el acelerado encuentro de culturas nos están llevando a considerar más que nunca a la educación como una de las materias de estudio más importantes. No con esto quiero decir que no se haya tenido en cuenta a la educación a lo largo de la historia. Me refiero a que hoy en día se le está dando más importancia debido a los conocimientos nuevos que, por ejemplo, la neurociencia está aportando. Básicamente esta ciencia trata de que el alumno sienta emoción e intriga porque va a aprender algo nuevo, sienta curiosidad por lo desconocido, ponga atención a la hora de aprender, se dé en él un aprendizaje firme, útil y completo, y por último, memorice y no olvide lo aprendido.

Más adelante, veremos cómo poder trabajar las operaciones matemáticas elementales en base a la actualidad, es decir, combinando la teoría con la práctica, además de desarrollando este proceso de enseñanza-aprendizaje apoyándonos en las TIC y en otros instrumentos manipulativos.

Objetivos

El interés de este trabajo reside en un objetivo principal que es el de realizar varias propuestas educativas para abordar las operaciones aritméticas básicas (*OAB a partir de ahora*) u operaciones matemáticas elementales (*OME a partir de ahora*), que son la suma, resta, multiplicación y división, mediante el uso de materiales lúdico-manipulativos, con el fin de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

El alumno trabaja de una manera más eficiente si está presente la motivación en aquello que realiza, por lo que otro de los objetivos importantes es crear un modelo de enseñanza que capte la atención del alumnado, lo motive y lo conduzca hacia un aprendizaje significativo, en el que éste descubra y relacione nuevos conocimientos a partir de aquellos que ya tenía. Algunos autores defienden que:

Cuando el alumno se enfrenta a un problema y trabaja, manipula, conjetura, se equivoca, acierta, retrocede y avanza, no está limitándose a adquirir unos conocimientos que podrán serle más o menos útiles en el futuro, sino que está adquiriendo unos hábitos mentales que le serán de utilidad sin ningún género de duda. (Casas, L.M. y Sánchez, C., 1998, p. 11)

Con el objetivo último de analizar los contenidos del “bloque 2: números” del área de las matemáticas se propone, más adelante, un apartado dedicado al currículo.

Justificación

Después de haber tenido la oportunidad de valorar entre una variedad muy amplia de temas, todos ellos completamente distintos, me he decantado por este: “Proceso de Enseñanza-Aprendizaje de las Operaciones Matemáticas Elementales: Materiales y Recursos”. La razón principal de mi elección viene incentivada tras mi etapa de prácticas en el colegio Villa de Autol, en el que impartí clases de matemáticas y disfruté de una experiencia muy enriquecedora que potenció, si todavía cabe, mi gusto por las mismas.

La labor del docente ha sufrido un cambio considerable en los últimos años, pues han aparecido nuevas metodologías que resultan gratamente favorables para el proceso de enseñanza-aprendizaje, las llamadas “Metodologías del s.XXI”, dentro de las cuales entran el método ABN, el aprendizaje basado en proyectos o el aprendizaje cooperativo, entre otros. Los nuevos métodos de enseñanza pretenden motivar al alumno, captar su interés por lo que se está aprendiendo y desarrollar un carácter curioso hacia temas desconocidos. “La diferencia entre los métodos tradicionales y los métodos actuales viene dada porque la didáctica de las matemáticas ha pasado de estar centrada en el acto de enseñar a centrarse en el acto de aprender” (Gutiérrez, 1991).

En el área matemática es imprescindible poner al alumno dentro de un contexto real, es decir, un contexto que se asemeje a la vida cotidiana. Esto, acompañado del uso de materiales manipulativos y juegos, despertará en el alumno esa motivación y curiosidad por aprender cada vez más.

Currículo de Educación Primaria: Contenidos

Marco legal

Según el Decreto 24/2014, de 13 de junio, por el que se establece el currículo de la Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de La Rioja, organiza los contenidos del área de matemáticas en cinco bloques, donde el bloque 1: procesos, método y actitudes en matemáticas, se trabaja de manera transversal por ser el eje vertebrador del área. El resto de bloques deben abordarse de forma integrada y contextualizada, y están estructurados de la siguiente manera: bloque 2: números. Bloque 3: medida. Bloque 4: geometría. Bloque 5: estadística y probabilidad.

El ámbito educativo debe servirse del currículo para llevar a cabo sus tareas. El currículo no es sino un documento en el que se recogen todos los contenidos, criterios, objetivos, etc., que se pretenden enseñar y aprender en Educación Primaria de manera cíclica puesto que parte de lo más sencillo e incrementa su dificultad progresivamente.

Contenidos del bloque 2: números

Los contenidos que se trabajan en este trabajo tienen un carácter completamente numérico y operacional, y además están estructurados por cursos y en orden de aparición en el currículo: (*ANEXO*).

Metodología

En el ámbito educativo, teoría y práctica constituyen dos actividades que de la misma manera que se contraponen, se complementan. Su confrontación se divisa básicamente en que la teoría busca la adquisición de ciertos conocimientos sobre un tema en concreto, y la práctica busca el saber qué hacer con esos conocimientos.

La teoría constituye un conjunto de leyes, enunciados e hipótesis que configuran un corpus de conocimiento científico, sistematizado y organizado, que permite derivar a partir de estos fundamentos reglas de actuación. (...) En educación podemos entender la práctica como *una praxis que implica conocimiento para conseguir determinados fines* [énfasis agregado]. La práctica es el saber hacer (Clemente, 2007, p. 28).

Por otro lado, su complementación se certifica en el momento en el que se piensa que sin la teoría no habría práctica, y sin la práctica no existiría la teoría.

La consideración del conocimiento según se haga desde un punto de vista teórico o práctico da lugar a paisajes distintos. Mientras que la teoría busca en la práctica una proyección mayor o al menos un asentamiento en una realidad más concreta, la práctica necesita de la teoría su legitimación como forma de conocimiento autorizado. Se trata de dos movimientos que no llegan ni siquiera a ser opuestos, por no hablar de una posible relación de continuidad, ya que operan con lógicas distintas. Las prácticas tienen un pensamiento propio, que no pasa por las palabras, igual que la teoría tiene una lógica específica. (Cornago, Óscar. 2015. p. 113).

A modo de ejemplo; para resolver un problema de áreas y perímetros se necesita tener un conocimiento teórico de cómo obtener el área y el perímetro de cualquier superficie. Y si por el contrario no se dispondría de dichos conocimientos teóricos, se practicaría hasta el momento de obtener una solución y llegar a crear finalmente el conocimiento teórico.

Dicho esto, la metodología que a continuación se va a emplear tendrá dos partes claramente diferenciadas.

Por un lado me centraré en exponer cada una de las OAB y cómo poder llevarlas a la práctica dentro del aula. Asimismo, desarrollaré varios materiales, poniendo

ejemplos, para trabajar cada una de ellas. No obstante, he dedicado una sección del trabajo a realizar un análisis del rol del profesor en el proceso de enseñanza-aprendizaje, haciendo hincapié en el área matemática.

Por otro lado, describiré en este mismo apartado algunas de las llamadas metodologías del s.XXI, y su aplicación al tema que nos refiere.

Metodologías del s.XXI

Aprendizaje basado en proyectos

Significa un gran paso adelante para la enseñanza. Esta metodología busca que el alumnado adquiera los conocimientos claves del s.XXI elaborando proyectos que puedan dar respuesta a problemas de la vida real. Una modalidad que, por lo general, da muy buenos resultados es que al trabajar este sistema, se haga por grupos, por lo que también se estará fomentando el trabajo cooperativo. Un ejemplo sería realizar un proyecto para construir un carril bici fuera del colegio para que los alumnos puedan llegar al colegio. En este proyecto habría que hacer medidas, calcular la cantidad de pintura que haría falta, etc., y se estaría haciendo transversalidad con la educación vial.

Método ABN o método basado en números

Es otra de las metodologías que están dando un resultado agradable. Su creador es Martínez, J.M. (2008), y defiende que:

El propósito principal de este método es que el alumno no adquiera los contenidos matemáticos de una manera mecánica o memorística, sino que consiga encontrar la solución a operaciones y problemas de cualquier manera posible [énfasis agregado] y con la libertad de seguir cualquier camino que conduzca a esa solución.

El alumno conseguirá así, buscar a través de su propia experiencia, ganar autonomía en cuanto al cálculo, razonar, y lograr alcanzar la lógica matemática. Por ejemplo, plantear el siguiente problema: “¿cuántas cepas hay en una viña con 42 filas de 25 cepas cada una?”.

Aprendizaje cooperativo

Es una de las metodologías más comunes recientemente, pues trabajar en equipo mejora la atención del alumno, su implicación y la adquisición de conocimientos. El objetivo principal de este método es común y se logrará siempre y cuando todos y cada uno de los miembros del grupo formado hagan sus tareas correspondientes. El profesor es el guía y el encargado de resolver las dudas que se les vayan apareciendo a los alumnos. Por ejemplo, la búsqueda de información sobre un tema dado; reparto de tareas.

Está claro que las metodologías del s.XXI han supuesto un cambio considerable en la educación. En el ámbito matemático los resultados obtenidos cuando se trabaja de forma cooperativa han sido favorables. Sin embargo, se deben tener en cuenta las posibilidades del colegio y el alumnado que el profesor pueda encontrarse en el aula, además de las propias ideas y la forma de trabajo del propio profesor. Es preciso resaltar que no todo cambio supone una innovación, ya que por innovación se entiende, tal y como señala Carbonell (2001. p. 17), “una serie de intervenciones, decisiones y procesos, con cierto grado de intencionalidad y sistematización, que tratan de modificar actitudes, ideas, culturas, contenidos, modelos y prácticas pedagógicas”.

Importancia del rol del profesor

Resulta evidente que la figura del docente es un referente para muchos alumnos. No solamente a la hora de impartir conocimientos académicos, sino también en el momento en el que entran en juego el afianzamiento de determinados valores con los que todo niño debería crecer.

La revolución de la tecnología ha traído consigo nuevas disciplinas que están alterando el modelo educativo convencional. Es por esto que los docentes debemos hacernos eco de dichas demandas y motivar al alumno en el proceso de enseñanza, para que se de en él un aprendizaje significativo.

Como dice Calle, D. (2017), creador de la plataforma “Unicoos”:

El aula debe ser un lugar de descubrimiento, de experimentación, de debate, de trabajo en equipo. Los profesores, en la medida de lo posible, debemos dejar de ser la única fuente de conocimiento y convertirnos en un compañero de viaje, un guía, alguien que les acompañe y oriente mientras aprenden, incluso aprender con ellos.

Los alumnos deben ver a los docentes, no como un enemigo que exige y reniega, sino como una persona de confianza, un amigo más que está ayudando a ampliar su conocimiento.

El docente será firme y contundente con sus decisiones, sin embargo, también debe dar cariño y ser empático con sus alumnos. Y tener tan clara su responsabilidad, que se convierta en una enérgica, pasional y sincera profesión. Los maestros son, en gran parte, responsables del devenir de nuestro mundo, porque las personas que pueden conseguir un mundo mejor, en cualquier caso, están en las aulas.

Importancia del rol del profesor en el área de las matemáticas

¿Basta con saber de matemáticas para enseñarlas? Parte del alumnado ve las matemáticas tediosas y con poca aplicabilidad práctica. Esto supone un reto para los docentes, demostrarles que convivimos con las matemáticas, que estamos rodeados de ellas y que, incluso, pueden llegar a ser muy divertidas. Está en la mano del profesor de matemáticas darle la vuelta a este problema, está claro, y convertirlo en una solución.

La propuesta curricular para la Educación Primaria en el área de matemáticas apuesta por un enfoque globalizador, funcional y competencial; enfoque que se recomienda al profesorado que debe materializar el currículo, para poder ofrecer una educación adaptada al presente y a las necesidades de esta sociedad cambiante del s.XXI. Con esta manera de abordar el trabajo de las matemáticas en el aula, perseguimos que el alumnado comprenda lo que aprende, sepa para qué lo aprende, y sea capaz de usar lo aprendido.

El docente debe mostrar un interés participativo hacia su alumnado. Incitar al alumno a que participe activamente, y a que trabaje individual y colectivamente es otra de las labores que debe buscar el docente. Impartir una clase en la que solo el profesor da la lección y los alumnos son meramente oyentes es, por lo general, aburrido y muy poco aprovechable. El docente debe hacer al alumno partícipe de su aprendizaje, trabajando su pensamiento crítico y dicho aprendizaje de una forma manipulativa.

Es importante que el profesor haga ver a los alumnos la relación existente entre las matemáticas y la vida cotidiana. Así bien, el docente planteará cuestiones reales, situaciones que el alumnado se encuentre frecuentemente.

Además de esto, es necesario motivarlo dentro del aula en el momento en el que está teniendo lugar el hecho educativo, mediante juegos de mesa, como la oca o el dominó, material didáctico, como las regletas Cuisenaire o los bloques lógicos de Dienes, o incluso material elaborado a mano por el propio alumnado, como los signos de las OAB, los números, etc.

Todo profesor debe lograr al comienzo de una clase, como condición necesaria para activar la motivación de sus alumnos, captar su atención despertando su curiosidad, mostrando la relevancia de lo que han de aprender y creando las condiciones para mantener su interés. (Tapia, J. A. 1997. p. 56).

“Asimismo debe preocuparse más del proceso de enseñanza-aprendizaje que del resultado. Debe estar bien formado, y debe ser práctico e ir innovando cada día” (Bilbao, 2015)

En 1999, Brooks y Brooks reflexionan sobre el rol del docente y argumentan varias posturas que éste debe tener en cuenta a la hora de impartir sus clases. El profesor tiene la responsabilidad de estimular y aceptar la autonomía y la iniciativa de los alumnos

para que éstos establezcan conexiones entre ideas y conceptos o les permitan plantearse problemas y buscar soluciones. De igual modo debe utilizar una gran diversidad de materiales manipulativos e interactivos, además de datos y fuentes primarias, presentando así a los alumnos posibilidades reales logrando que el aprendizaje sea significativo. Además, el profesor debe alentar a los alumnos a entrar en diálogo tanto con él mismo como con los demás alumnos e interactuar entre ellos para tener la oportunidad de expresar sus ideas y valorar las ideas ajenas, de la misma manera que debe ser flexible en el diseño de las clases, permitir que los intereses y las respuestas de los alumnos orienten el rumbo de las sesiones, para que así éstos determinen estrategias de enseñanza y alteren el contenido. Dar tiempo después de cada pregunta para que el alumno construya hipótesis que después comprobará con el resultado es otra postura que debe adoptar el docente. Y por último, el profesor debe alimentar la curiosidad natural de los estudiantes utilizando materiales manipulativos y temas de interés relacionados con situaciones reales y conocidas por los alumnos.

Par acabar, es preciso recordar que la del maestro es también una tarea ligada a la educación en valores, y es algo que conviene mantener presente como una de las referencias principales de todo docente. Hay veces que en clase de matemáticas se resuelven problemas que implican realizar cálculos. En este contexto, también cabría incorporar el debate para educar en valores a partir de un problema matemático.

Enseñanza-aprendizaje de las operaciones matemáticas elementales

El ser humano necesita conocer las cuestiones matemáticas básicas, elementales, para poder desarrollarse y ser un ser activo en la sociedad. La gran mayoría de situaciones en las que las personas se encuentran a diario, como ir al banco a sacar dinero o hacer un movimiento de cuentas, están relacionadas con los números, y casi en su totalidad, con OME.

Antes de explicar las actividades y el cómo se van a trabajar las OAB de forma visual, manipulativa, individual-cooperativa y lúdica, cabe resaltar que, bajo mi punto de vista, es imprescindible actuar en base a lo que la neurociencia actual defiende. La neuroeducación según Teruel, F. M., (2017) tiene como bases la atención, la emoción y la curiosidad. Tres aspectos fundamentales que se requieren para que el aprendizaje, en este caso de las OME, sea completo y dé resultados positivos. Los alumnos deben sentir curiosidad por aquello que desconocen, por lo que el maestro debe despertarla en ellos. Los alumnos deben mantener su atención al máximo, durante todo el tiempo que estén aprendiendo, pues es la única forma de que interioricen los conocimientos transmitidos. Y los alumnos sentirán la emoción de haber logrado alcanzar los conocimientos que se han trabajado. La predisposición de los alumnos para aprender está dentro de su responsabilidad. No obstante, es también tarea del docente incentivar esa predisposición a través de la motivación.

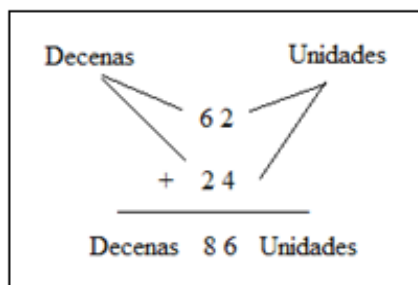
Operaciones matemáticas elementales

Si hablamos de algo “elemental”, nos referimos a aquello que es básico, esencial. Por lo tanto, cuando hablamos de operaciones matemáticas “elementales”, estaremos hablando de operaciones matemáticas “básicas”. Para clarificar perfectamente este concepto, se puede decir que las OME son los cimientos sobre las que se construyen muchas estructuras matemáticas.

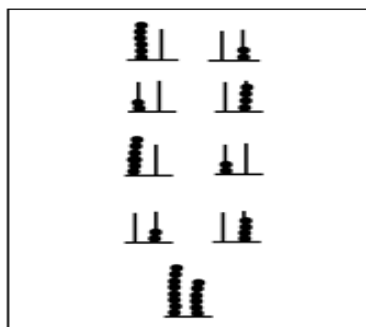
Cada una de las OME se realiza con algoritmos, pero ¿qué es un algoritmo? Un algoritmo se define como un conjunto de los pasos a seguir para realizar una operación en su totalidad. Por poner un ejemplo cotidiano, cuando queremos cocinar un bizcocho, primero debemos seguir una serie de pasos, ¿verdad?, pues bien, el conjunto de pasos a seguir es el algoritmo de la operación: hacer un bizcocho.

Una vez se han clarificado los conceptos de elemental y de algoritmo, es importante resaltar que cada una de las OAB no se realiza con los mismos algoritmos, ni tampoco dentro de la misma estructura matemáticas existe un único patrón de algoritmos para llegar a su resolución. Es decir, puede haber diferentes algoritmos para realizar una operación y llegar a la misma solución, exitosamente. Una suma no se realiza de una manera determinada, sino que hay varias formas de resolverla. El ejemplo que propongo es el siguiente: para realizar la operación de, $62 + 24$, podemos seguir varios planteamientos: sumar unidades con unidades y decenas con decenas (figura 1), o plantear cada número por separado, y finalmente juntarlos en el resultado final de la operación (figura 2).

Figura 1. *Unidades y decenas*



Nota: 1º paso: sumar unidades con unidades ($2 + 4 = 6$). 2º paso: sumar decenas con decenas ($6 + 2 = 8$)

Figura 2. *Unidades y decenas. Ábaco*

Nota: 1º paso: descomponer el número 62 en unidades y decenas. $62 = 6$ decenas y 2 unidades, o $60 + 2$.

2º paso: descomponer el número 24 en unidades y decenas. $24 = 2$ decenas y 4 unidades, o $20 + 4$.

3º paso: juntar las decenas de un número con las decenas del otro número. 6 decenas + 2 decenas = 8 decenas, o $60 + 20 = 80$.

4º paso: juntar las unidades de un número con las unidades del otro número. 2 unidades + 4 unidades = 6 unidades, o $2 + 4 = 6$.

5º paso: combinar las decenas y las unidades, ordenadamente, para obtener el resultado. $80 + 6 = 86$.

Obviamente nos interesa llevar un orden de aprendizaje de las OME, siguiendo el orden que el Currículo de Educación Primaria propone. Por ello, comenzaremos con la suma, a la que seguirá la resta, seguida de la multiplicación, y concluyendo con la división.

En este apartado vamos a intentar dar una breve explicación del significado de cada una de las OAB, de cuáles son sus propiedades y vamos a exponer algunas propuestas acerca de cómo poder trabajarlas en el aula de primaria, de manera teórico-práctica.

La suma

También conocida como adición, es la operación que se utiliza para modelar la idea de juntar, unir o agrupar varias cantidades en una sola. Es la primera de las OAB que se estudia en Primaria.

En la enseñanza de la suma podemos distinguir diferentes variantes: suma de dos números de una cifra, suma de números de dos cifras sin llevadas, suma de números de dos cifras con llevadas, suma de números de tres cifras, etc.

Esta operación se introduce de forma básica en el primer curso de primaria, aunque su aprendizaje total se asienta completamente en el segundo curso. Los niños comienzan aprendiendo los números naturales, primero del 1 al 10, luego del 1 al 20, y así hasta el número 100, mediante regletas o series, así como manipulando estas.

Partiremos de la base de que los niños ya han alcanzado e interiorizado el conocimiento y representación de los números del 1 al 100. En este momento comenzaremos desde la acción más básica de la suma que es la suma de dos números de una cifra. Se les debe explicar que es posible juntar dos números para obtener uno solo, y mayor. También, se debe enseñar que los números que se suman dentro de una operación se llaman sumandos, y el número que se obtiene de la operación es el total o suma (figura 3).

Figura 3. *Partes de una suma*

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 5 \\ \hline 12 \end{array}$$

El diagrama muestra la suma 7 + 5 = 12. Las cifras 7 y 5 están alineadas verticalmente y agrupadas por una línea diagonal que apunta a la etiqueta 'Sumandos'. La cifra 12, resultado de la suma, está debajo de una línea horizontal y es etiquetada como 'Total o suma'.

Los niños tardan más en encontrarle sentido a conceptos abstractos que a conceptos reales, por lo tanto, usar objetos cotidianos (frutas, animales, material escolar, personas, etc.) servirá como una herramienta útil para empezar.

Antes de explicar el concepto, es importante que ellos mismos manipulen y descubran por su cuenta. El maestro puede darles unas canicas y que ellos vayan contando una a una, o vayan contando por montones de dos, o de tres, etc. Es necesario que realicen experimentos, suposiciones o incluso propuestas con los materiales que se les hayan prestado. Seguido, se podrán introducir enunciados como: “estamos veinte personas en el parque, y vienen siete personas más, explicándoles que ahora son veintisiete personas”; este enunciado conviene acompañarlo de la representación numérica: $20+7=27$, para que los alumnos lo entiendan mejor.

En el ejemplo anterior se ha hablado de personas, pero también se puede utilizar una regla hecha por los propios alumnos o por el profesor, elaborada en el aula (figura 4). Otra opción que se podría llevar a cabo es realizar una regla numérica individual para cada alumno. Cada uno crearía la suya y la decoraría a su manera. Consistiría en una pequeña regla en la que cada número quede dentro de un cuadro, y con un personaje (niño, niña, superhéroe, futbolista, etc.) que podrá moverse a lo largo de la regla numérica. Así bien, cuando un alumno tiene 12 manzanas, por ejemplo, y quiere sumarle otra manzana más, éste podrá mover al personaje de su regla, por lo que lo situaría en el número 12 y avanzaría una posición, hasta llegar al 13 que sería el resultado de su suma (figura 5). Ambos materiales que en definitiva son similares, servirían de apoyo visual para el aprendizaje de la suma.

Figura 4. *Recta numérica.*



Figura 5. *Regla hecha a mano.*



Gradualmente se irá incrementando la dificultad, pasando de la suma de dos números de un dígito cuyo resultado sea menor de 10, llegando a sumas cuyo resultado sea 10 o mayor de 10. Es conveniente, por lo tanto, introducir la suma a través de problemas sencillos que los alumnos puedan asociar con el concepto de añadir.

Algunas propuestas interesantes para abordar la suma, desde diferentes puntos de vista, y para que los niños puedan empezar a entender este concepto sin necesidad de que sepan que están sumando, son las preguntas formuladas verbalmente, como:

Ejemplo 1: “Pepe tiene 5 balones y Javier tiene 2. ¿Cuántos balones tienen entre los dos?”

Ejemplo 2: “Natalia y Víctor tienen 9 imanes. Natalia tiene 5 imanes. ¿Cuántos imanes tiene Víctor?”

Ejemplo 3: “Álex tiene 2 gomas y su profesor de matemáticas le da 5 gomas más. ¿Cuántas gomas tiene ahora Álex?”

También sería interesante hacerles ver que aunque el orden de los sumandos se invierta, el resultado sigue siendo el mismo, y que aprendan que este procedimiento se conoce como la propiedad conmutativa de la suma.

Una vez se aprende a sumar dos números de un dígito, se pasa al aprendizaje de la suma de dos o más números de dos cifras, sin llevadas. Obviamente antes de explicar cómo se realizan estas sumas, conviene que los alumnos interioricen la colocación de los números de esta variante de la suma. Les explicaremos que las unidades de un número se ponen debajo de las unidades del otro número, y haremos lo mismo con las decenas, para lo que es imprescindible que conozcan la representación de números en el sistema de numeración decimal. Para facilitar el trabajo a los alumnos, una vez les hayamos explicado dónde colocar los números, les haremos ver que el primer paso es sumar las unidades con las unidades, segundo las decenas con las decenas, y finalmente el resultado que buscamos (figura 6):

Figura 6. *Pasos para realizar una suma de dos números de dos cifras sin llevadas.*

1° paso:	2° paso:
$\begin{array}{r} 12 \\ + 35 \\ \hline 7 \end{array}$	$\begin{array}{r} 12 \\ + 35 \\ \hline 47 \end{array}$

Claro que la explicación teórica es importante, pero manipular es la manera que tiene el alumno de familiarizarse con las ideas y llegar a interiorizarlas de un modo completo. Como se ha mencionado anteriormente, la emoción y el aprendizaje van de la mano, pues el alumno aprenderá mejor si lo que está aprendiendo le motiva y le emociona.

La resta

Restar es sinónimo de quitar, por lo que la resta consiste en quitar una cierta cantidad a otra que ya teníamos. Esta operación aritmética comienza a enseñarse en la mayoría de los colegios justo después de la suma, aunque hay algunos centros que trabajan ambas operaciones al mismo tiempo, como contrarias. Al igual que con la suma, los niños aprenderán a restar de una forma completa y eficaz si trabajan de forma manipulativa con objetos y materiales cotidianos.

Al igual que cualquier otra operación aritmética, la resta es muy útil en la vida diaria. Esta operación comienza a aparecer en la vida de los alumnos en primero de primaria, y surge como opuesta a la suma. Si la suma es juntar, la resta es separar, de este modo el docente puede empezar a explicar el concepto de resta. Los alumnos deben empezar aprendiendo restas de dos números menores que 10, e ir incrementando la dificultad, pasando por restas de números de dos cifras sin llevadas, hasta llegar a restar números de varias cifras con llevadas.

Para llevar a cabo la enseñanza de esta operación, es conveniente que el profesor se apoye en materiales con los que los alumnos puedan estar familiarizados, plastilina, dominó...

El docente puede repartir a cada alumno 10 canicas y darles instrucciones:

- “Coged 7 canicas y separadlas en dos montones de 4 y de 3. Ahora haced lo mismo pero con dos montones de 2 y de 5 canicas” Etc.
- “Coged 8 canicas. Si de esas 8 cojo dos, ¿cuántas canicas me quedan sin coger? O “coged 5 canicas. Si de esas 5 cojo cuatro, ¿cuántas canicas me quedan sin coger? Etc.
- “Coged las 10 canicas. Ahora quitarle una, ¿cuántas canicas tenéis en este momento? Seguido apartad otra, ¿y ahora, cuántas os quedan?” Y seguir quitando canicas una por una.

En los ejemplos anteriores, el alumno va a llevar a cabo las indicaciones del profesor, y en realidad va a estar realizando restas sin ser completamente consciente de que lo que realmente está haciendo es restar.

Gradualmente se debe ir aumentando la dificultad, y así queda reflejado en el currículo. Otra forma de enseñanza de la resta es, al igual que con la suma, usando reglas numéricas o una máquina de restas.

Para realizar una resta, los alumnos deben saber qué significan los números que están restando, para ello es aconsejable que empiecen a manejar la terminología adecuada que se puede ver en este esquema (figura 7):

Figura 7. *Partes de una resta*

7	→	Minuendo
- 5	→	Sustraendo
<hr/>		
2	→	Diferencia

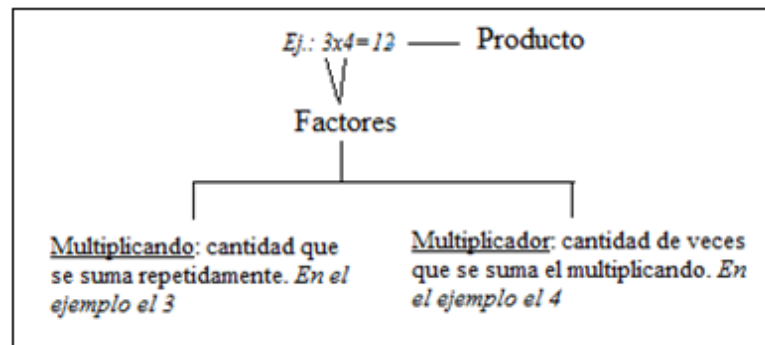
Los alumnos deberán saber que el sustraendo es la cantidad que se le quita. El minuendo deberá ser siempre mayor que el sustraendo, y un ejemplo con el que los alumnos pueden entenderlo es el siguiente: si un manzano tiene cuatro manzanas, no podemos quitarle cinco manzanas, porque el 5 es mayor que el 4.

Finalmente cabe destacar que la resta también tiene variantes, como la resta con y sin llevadas, y la resta con distintos conjuntos de números; naturales, fraccionarios, decimales..., aunque todas ellas se irán viendo en los cursos posteriores.

La multiplicación

Multiplicar es sinónimo de repetir, así que se puede definir la multiplicación como el proceso por el cual se suma repetidamente un número tantas veces como se indica. Dichos números, según la función que desempeñen o mejor dicho, el lugar en el que se encuentren, van a conceptualizarse de diferente manera.

A raíz del siguiente ejemplo (figura 8) se van a indicar todas y cada una de las partes que conforman este proceso.

Figura 8. Partes de una multiplicación.

Tal y como se ha definido en el esquema anterior, y haciendo referencia al ejemplo ofrecido se podría representar la multiplicación como $3 \times 4 = 12$ o lo que es lo mismo $3+3+3+3=12$, siendo el número 3 la cantidad que se suma todas las veces que el multiplicador indique, 4.

En lo que respecta al orden de los factores, cabe destacar que la multiplicación cumple una serie de propiedades. Por un lado se encuentra la propiedad conmutativa, la cual hace referencia a la posibilidad de alterar los factores que forman la multiplicación sin variar el resultado de la misma.

Ej.: $3 \times 4 = 12 \rightarrow 3+3+3+3=12$ $4 \times 3 = 12 \rightarrow 4+4+4=12$

Por otro lado esta operación cumple la propiedad asociativa (figura 9), la cual hace referencia al agrupamiento de los factores, y es que el producto obtenido no se ve influido por la forma en que se asocien los elementos.

Figura 9. Propiedad asociativa de la multiplicación.

$3 \times 2 \times 4 = 24$		
$(3 \times 2) \times 4 = 24$	$3 \times (2 \times 4) = 24$	$2 \times (3 \times 4) = 24$
$6 \times 4 = 24$	$3 \times 8 = 24$	$2 \times 12 = 24$

Por último se encuentra la propiedad distributiva, que relaciona la multiplicación con la suma y la resta, la cual quiere decir que si se multiplica un número (3) por una

suma $(4+2)$, el resultado es el mismo que si se multiplica dicho número por cada sumando y finalmente se suman los elementos $(3 \times 4) + (3 \times 2)$.

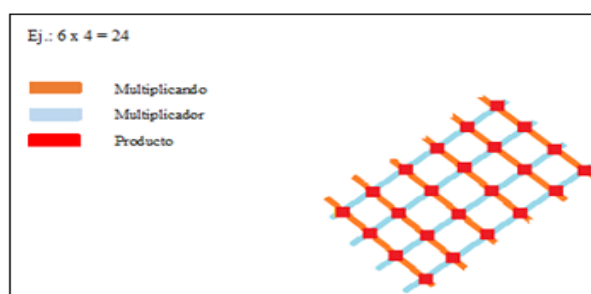
Ej. : $3 \times (4+2) = 3 \times 4 + 3 \times 2$

$3 \times 6 = 18$; $12 + 6 = 18$

Además de lo indicado anteriormente, destacar también que el producto de un número (N) por 1 siempre va a ser igual a dicho número (N), esta peculiaridad se llama multiplicación por un elemento neutro.

¿De qué manera se podrían enseñar estos procesos tan abstractos? Se conocen diversos métodos que tienen como objetivo último hacer al niño participe del proceso enseñanza-aprendizaje. Entre todas las fórmulas desarrolladas, se ha sacado algo en claro y es que el aprendizaje del niño se ve influido positivamente por la utilización de estrategias visuales y manipulativas, de manera que el propio niño construya su conocimiento a través de la experiencia. Un modelo diseñado por Serna González, P., Calderón Mejía, AC., Camacho Álvarez, M.M., reconoce el uso de la plastilina como *principal método para adquirir los primeros conceptos* [énfasis agregado] en la etapa de preescolar, pudiendo realizar actividades como agrupar en montones de bolitas de plastilina un número (N) dado, o juntar X montones iguales para hacer un solo grupo de bolas de plastilina, etc. En las sucesivas etapas contemplan propuestas visuales más gráficas como es el uso de rectas paralelas y perpendiculares de diferentes colores como las que se muestran a continuación (figura 10):

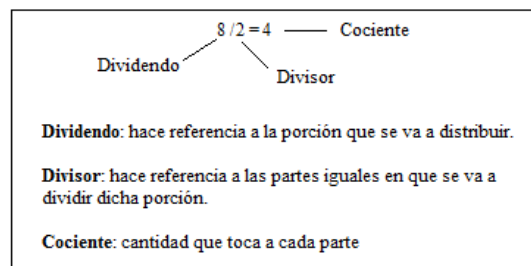
Figura 10. Partes de una multiplicación.



La división

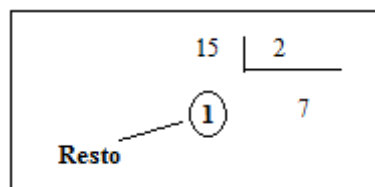
Dividir significa repartir o agrupar, por lo que esta operación aritmética trata de repartir una cantidad en grupos iguales. A raíz de los siguientes ejemplos se van a indicar todas y cada una de las partes (figura 11) que conforman este proceso:

Figura 11. *Partes de una división.*



En el caso de la operación anterior, la distribución de la cantidad en dos partes iguales da lugar a un número exacto, por esto mismo recibe el nombre de división exacta. Sin embargo, existen casos en los cuales, la cantidad a repartir entre las partes no resulta exacta. A la parte sobrante, que no se puede repartir se le denomina resto (figura 12):

Figura 12. *El resto de una división inexacta.*



De esta manera, a medida que se incrementan los valores la complejidad aumenta notablemente. Con diferentes ejemplos intentaremos que los alumnos comprendan que siempre se verifica la fórmula matemática que ayuda a comprobar la división, conocida por el alumnado como prueba de la división (figura 13):

Figura 13. *Prueba de la división*

$$\text{Dividendo} = (\text{Divisor} \times \text{Cociente}) + \text{Resto}$$
$$15 = (2 \times 7) + 1$$

Es en el curso de tercero de Primaria cuando el nivel de complejidad aumenta y se pasa a estudiar la división de números fraccionarios, decimales, divisiones con números de dos cifras, etc.

Además, un tipo de divisiones de gran importancia para abordar los números fraccionarios y decimales es aquella cuyo divisor está formado por la unidad seguida de ceros, como por ejemplo: $4500/100$; o $452/100$; o $45'2/100$.

Concluyendo las cuatro operaciones, decir que todo lo relativo a las OAB se encuentra muy presente en nuestra vida cotidiana, y es por esto que un buen aprendizaje de las mismas va a condicionar nuestro posterior funcionamiento social y académico. Además tal y como sabemos, la calidad de nuestro aprendizaje va a condicionar las ganas y la motivación con la que nos enfrentemos a él.

Para abordar completamente las OAB, y para desarrollar una buena competencia matemática es imprescindible hacer uso de la herramienta del cálculo mental. Esta herramienta sirve para mantener en forma la mente. En muchas situaciones cotidianas la necesitamos; saber las vueltas en una compra, el descuento en un comercio, etc.

En primero de Primaria comienzan a trabajarse, de manera inicial y sin profundizar demasiado, algunas estrategias de cálculo mental de sumas sencillas, y cada uno de los cursos posteriores va añadiendo dificultad e intensidad a esta herramienta.

Trabajar el cálculo mental es esencial durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de las OAB, pues supone para el alumno conseguir la agilidad de realizar operaciones y pensar, además de buscarse sus propias vías para llegar a una solución.

Materiales y recursos didácticos para trabajar las operaciones matemáticas elementales

Jiménez y Roncal (2015) hablan de la importancia del uso del material dentro de una situación didáctica. Este uso debe suscitar en los profesores una reflexión y una respuesta a preguntas como, ¿qué aprenden los alumnos tras un proceso de estudio basado en el uso de un material determinado?, ¿de qué factores depende el estudio?, ¿cuándo debemos usar, y dejar de usar a la vez, materiales manipulativos en el proceso de enseñanza-aprendizaje?, etc.

El uso de materiales manipulativos despierta en el alumno mayor interés y motivación hacia aquello que quiere aprender. Se refiere a material didáctico “todo objeto, juego, medio técnico, etc., capaz de ayudar al alumno a suscitar preguntas, sugerir conceptos o materializar ideas abstractas” (Álvarez, A., 1996). Por añadidura, habiendo tomado como referencia ciertas metodologías del siglo XXI, los resultados obtenidos por los alumnos han mejorado considerablemente desde que se trabaja en los colegios con algunas de estas metodologías.

También Jiménez y Roncal (2015) defienden que los profesores deben permitir a los alumnos plantearse problemas significativos acordes a su nivel e intereses, que ellos mismo puedan resolver trabajando así las competencias que interese desarrollar, cuando se usan materiales manipulativos.

En este apartado se redactan varios materiales y recursos didácticos con los que se pueden trabajar las OAB en los diferentes cursos de Educación Primaria, además de mencionar algún juego que sirva de aprendizaje para los alumnos.

Materiales manipulativos

Regletas de Cuisenaire

Se trata de un recurso educativo al que se le da mucho uso ya que es un material favorable y oportuno para el aprendizaje de las matemáticas (figura 14). Consiste en un conjunto de paralelepípedos (para los alumnos *palitos*) de distintos colores generalmente de madera, los cuales representan los números del 1 al 10. El número 1 se representa con un cubo de 1cm x 1cm x 1cm. El número 2 con un paralelepípedo de 1cm x 1cm x 2cm.

Y así sucesivamente hasta llegar al palito más largo que mide 10 cm y representa el número 10. Cada palito es de un color para diferenciar los números, así bien: el 1 es un palito blanco; el 2 rojo; el 3 verde claro; el 4 rosa; el 5 amarillo; el 6 verde oscuro; el 7 negro; el 8 marrón; el 9 azul; y el 10 naranja.

Con las Regletas de Cuisenaire se pueden experimentar y descubrir propiedades, demostrar visualmente e introducir muchos aspectos matemáticos relacionados con las OAB (Iglesias, J. M., 1999).

Figura 14. *Regletas Cuisenaire*



Bloques multibase

Se trata de varias piezas: cubitos, paralelepípedos, placas y cubos (figura 15). Los cubitos son de $1 \times 1 \times 1$ y representan el número 1. Los paralelepípedos son de $1 \times 1 \times 10$ y representan el número 10. Las placas son de $1 \times 10 \times 10$ y representan el número 100. Y los cubos son de $10 \times 10 \times 10$ y representan el número 1.000.

Los bloques multibase sirven para entender el valor posicional de las cifras, para trabajar sumas y restas, para iniciar brevemente los conceptos de multiplicación y división y entender los conceptos de doble, triple, mitad, etc.

Figura 15. *Bloques multibase*



Recta numérica

Es uno de los materiales más longevos. Se trata de un gráfico unidimensional que representa una línea en la que se muestran los números desde el 1 al número que se quiera, por ejemplo hasta el 100. Es un material (figura 16) que fácilmente pueden crear los alumnos y que les va a servir de gran ayuda, sobre todo a la hora de empezar con la suma y la resta, y también en el cálculo mental.

Figura 16. *Recta numérica*



Ábaco

Es la máquina de cálculo más antigua, junto con el conteo de dedos. Está formado por una base de madera y una serie de palitos paralelos (figura 17), en los que se pueden introducir bolitas de diferentes colores. Cada uno de los palos representa un orden de unidad diferente. El primero representa las unidades, el segundo las decenas, el tercero las centenas, etc. Hay diferentes tipos de ábaco.

El ábaco puede utilizarse de muchas formas, aunque es realmente interesante para aprender el cálculo de las OAB. Además, “se pueden prevenir errores conceptuales posteriores como, por ejemplo, colocar de manera errónea los números a la hora de sumar” Cascallana (1998).

Figura 17. *Ábaco*



Dado

Utilizado para muchos juegos de mesa, se trata de un cubo (figura 18) con los números del 1 al 6, cada uno de ellos representado por puntos en cada una de las caras.

El dado es un material muy útil para la práctica de las operaciones de suma, resta y multiplicación. Puede utilizarse tanto de manera escrita, como para reforzar el cálculo mental.

Figura 18. *Dados*

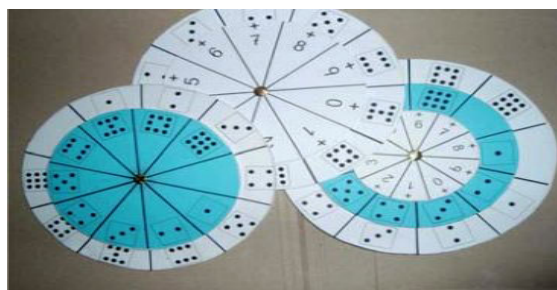


Ruedas de cálculo

Es un material que capta mucho la atención de los niños pues se trata de un par o más de círculos (figura 19) que pueden girar independientemente. Cada uno de los círculos está dividido en sectores, y en cada sector aparece un número diferentes.

Se utiliza moviendo los círculos alternativamente, juntando dos sectores, uno de cada círculo y cogiendo los dos números de esos dos sectores. Se pueden trabajar sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, según qué numeración tenga cada rueda de cálculo.

Figura 19. *Ruedas de cálculo*



Dominó matemático

Otro de los juegos de mesa más populares que se ha adaptado al ámbito matemático. Se trata de un dominó común, con fichas divididas en dos números. Lo que lo diferencia del dominó común es que, en la misma ficha, hay un lado en el que está representado un número, y otro lado en el que está representada una operación matemática (figura 20). Por ejemplo: en una ficha, una sección es el número 6 y la otra sección es la operación $18/2$.

Con este material se pueden trabajar todas las OME de un modo divertido. Utilizando el dominó matemático los alumnos llegan a generar estrategias de cálculo, desarrollan el pensamiento lógico-matemático, y repasan y consolidan decenas de operaciones en una sola partida.

Figura 20. *Dominó matemático*



Máquina de sumas y restas

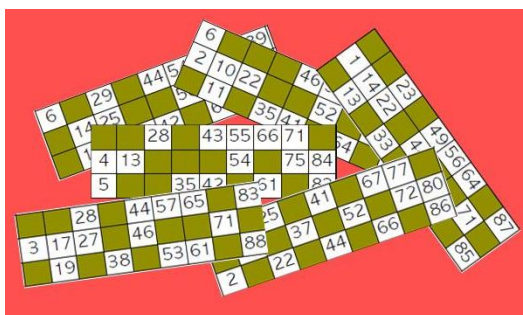
Se trata de un material creado por el propio alumno o por el profesor. Consta de una placa de madera o plástico que se usará como base. En esa base se encuentran pegados dos conductos que acaban en un recipiente también pegado. En cada conducto habrá un velcro para poner un número, y entre medio de ellos habrá otro velcro para poner el signo que se desee (figura 21). Así bien, si queremos hacer la suma $3+4$, echaremos tres bolitas o canicas en un conducto y cuatro en el otro conducto, y el número de bolitas/canicas que recojamos en el recipiente será el resultado.

La máquina de sumas supone un atractivo para los alumnos, pues es un material que pocas veces o ninguna han visto. Además, con este material se pueden trabajar las OAB de una manera activa, divertida, a la par que se afianzan conceptos.

Figura 21. *Máquina de sumas y restas****Bingo matemático***

Es también un material que se puede construir en el aula. Consiste en varios cartones con números (figura 22), igual que el bingo de toda la vida, aunque no se cantan números, sino operaciones.

Otro material con el que se pueden trabajar las cuatro OAB de una manera divertida. Se puede ir aumentando la dificultad a la hora de cantar las operaciones, o incluso dejando menos tiempo entre operación y operación.

Figura 22. *Bingo matemático*

Las TIC como recurso didáctico

La implantación y la fuerza que ha cogido la tecnología en nuestra vida es un hecho. La vida ya no es como se conocía y, por ende, la vida educativa tampoco. Los colegios están equipándose, si no lo han hecho ya, de proyectores, cámaras de grabación, ordenadores, y demás elementos tecnológicos. Ciertamente, este hecho ha traído consigo beneficios en el sistema educativo, específicamente en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Igualmente, en Internet podemos encontrar infinidad de páginas web destinadas a metodologías de trabajo, materiales, recursos didácticos, juegos educativos, etc., los cuales nos ayudan, en gran medida, en nuestra labor docente.

En los tiempos que corren, con la llegada a nuestras vidas de una pandemia provocada por la propagación del virus *SARS-CoV-2* (socialmente denominado *coronavirus* o *COVID-19*) se puede comprobar, a ciencia cierta, la importancia de la tecnología en la vida humana. ¿Qué hubiera sucedido si los profesores no hubieran podido comunicarse con sus alumnos mediante una plataforma, un correo o una videoconferencia? ¿Cuántos conocimientos se hubieran dejado de lado? El proceso de enseñanza-aprendizaje se hubiera paralizado por completo de no haber sido por la tecnología.

Una cosa está clara, y es que el mundo tecnológico va en aumento, cada día más. Los docentes deben estar preparados y cualificados para cualquier intervención que suponga echar mano de la tecnología. Es imprescindible formar a los nuevos y antiguos docentes en este “nuevo” estilo de trabajo. Igualmente, los alumnos deben comenzar también a introducirse en el mundo tecnológico, de manera académica, mediante el uso de programas destinados a la enseñanza, juegos didácticos, aplicaciones fiables, programas virtuales, etc.

En definitiva, las TIC's conforman una gran herramienta para la Educación, por sus múltiples beneficios para esta. Sin embargo, no debemos olvidar que las TIC's se utilizan, y se deben seguir utilizando, como complemento de la enseñanza presencial. El niño debe sentir, ver, oír, tocar, jugar, aprender... con sus compañeros. Las miradas, los gestos, el lenguaje no verbal, la socialización con otros niños, son fundamentales para el crecimiento y desarrollo del niño. No podemos cambiar la enseñanza virtual por la enseñanza presencial, pero sí que podemos combinarlas y conseguir un maridaje educativo perfecto.

Propuestas de actividades con el uso de materiales y recursos didácticos

Regletas de Cuisenaire

Ejercicio propuesto para 1º de EP: “¿Cuántas regletas, como máximo y como mínimo, podemos utilizar para representar el número 7?, ¿qué combinaciones podemos utilizar para representar el número 9?”. El profesor puede repartir a cada alumno una carta con el dibujo de las regletas y su valor. Además es un ejercicio que se puede realizar de manera individual y colectiva. En este ejercicio se está trabajando la suma, la relación de una idea con una imagen, la composición y descomposición de números.

Ejercicio propuesto para 2º de EP: “Representa, utilizando las menos regletas posibles, los siguientes números: 35, 62 y 74”. En este caso los alumnos estarán trabajando el segundo orden “decenas”, además de probar, indagar y sobre todo pensar en cómo conseguir el resultado con las menos regletas posibles.

Ejercicio propuesto para 5º de EP: “En grupos de 4 personas, ¿podrías representar las siguientes operaciones combinadas, de manera visual, utilizando las regletas? Cada miembro del grupo escogerá una operación, realizará el ejercicio, y finalmente lo explicará al resto del grupo. Las operaciones son $*(3 \times 2) + 4 \times (5 - 1)*$; $*20 / (6 + 4) - 5*$; $*40 - [(10 - 2) \times (12 - 8) + 3]*$; $*50 / 5 + (3 \times 5) - (21 / 7)*$ ”. Actividad pensada para incluir, por ejemplo, en un ginkana matemática por equipos. Se están trabajando las cuatro OAB, de manera combinatoria, y se estará trabajando el aprendizaje cooperativo.

Bloques multibase

Ejercicio propuesto para 4º de EP: “Formar tres números de 4 cifras, cuya suma de sus cifras sea 15 (ejemplo: 9312). Luego representa cada número con los bloques multibase y comenta tu ejercicio con tu compañero.” Se trabaja el razonamiento lógico-matemático, y es un ejercicio que bien podría realizarse en grupos reducidos, o incluso con toda la clase.

Ejercicio propuesto para 6º de EP: “Busca todos los divisores de los siguientes números, apoyándote en los bloques multibase: 624; 120; 168”. Los divisores de un número dado (N) son aquellos que al dividirlos por N, obtenemos un resultado exacto. Con este ejercicio, los alumnos practicarán la relación entre la multiplicación y la

división, dándose cuenta de que los divisores, multiplicados entre ellos, dan de resultado el número inicial. Además podrán obtener una concepción visual de dichas operaciones.

Recta numérica

Ejercicio propuesto para 1° de EP: la actividad tiene dos partes; una primera en la que los alumnos, con la ayuda del profesor, construirán con cartones una recta numérica hasta el número 20, la cual estará decorada al gusto de los alumnos, y será de un tamaño considerable para poder pegarla al suelo y jugar sobre ella. Y una segunda parte en la que se competirá entre todos los alumnos. Los alumnos se pondrán en fila al comienzo de la recta, el profesor irá diciendo sumas o restas ($4+12$) y el alumno al que le toque el turno tendrá que ponerse encima del número que resulte la operación (16) que el profesor haya dicho. El siguiente alumno partirá del último resultado obtenido (16). Con esta actividad los alumnos trabajarán la agilidad mental, el cálculo mental, además de estar activos y centrados en las operaciones.

Ejercicio propuesto para 1° de EP: esta actividad consiste en que cada alumno realice su propia recta numérica, la decore como prefiera, para que se las lleven a casa y practiquen las sumas y restas en su casa, además de en el aula. Es una forma de mandarles tarea o deberes, pero de una forma en la que ellos disfruten y jueguen, aprendiendo.

Ábaco

Ejercicio propuesto para 2° de EP: “Por grupos de 4, tendréis que seguir una serie de pautas que el profesor dicte, como por ejemplo -representad un número que se encuentre entre los números 978 y 463-, o -representad en el ábaco el resultado de la siguiente resta: $354-238$ -. Con este ejercicio, los alumnos trabajan de manera cooperativa, ayudándose los unos a los otros, aprendiendo juntos.

Dado

Ejercicio propuesto para 6° de EP: Proyectar la aplicación de *Dado Virtual* en la pizarra del aula. Esta aplicación consta de un dado virtual, o dos, o tres... según los dados que elijas. La actividad consiste en hacer una competición en la que participe toda la clase.

Es una actividad de cálculo mental en la que cada vez que se tiren los dados y se pregunte por el resultado de la suma o multiplicación de esos dados, el alumno más rápido levantará la mano y responderá. Se irán consiguiendo puntos conforme se vayan respondiendo correctamente las preguntas. Finalmente el que más puntos consiga será el ganador del juego.

Ruedas de cálculo

Ejercicio propuesto para todos los cursos de EP: Bien se pueden conseguir de internet, construir por el profesor, o bien los propios alumnos pueden ser los encargados de realizar sus propias ruedas de cálculo. En el caso de que el profesor saque las ruedas de cálculo de internet, le irá entregando a cada alumno una rueda tras otra para que las vayan completando, variando la dificultad o cambiando de operación. Cada rueda debe ser de una operación en concreto. Estas ruedas de cálculo irán incrementando de dificultad cada curso, así bien en tercero se empezarán a proponer ruedas de cálculo para trabajar la multiplicación y la división.

Dominó matemático

Ejercicio propuesto para 3º de EP: “Por parejas, cread un dominó de 40 fichas. En cada ficha habrá un número, y una operación, cada una en un extremo. Finalmente, coged 20 fichas cada uno, y jugad al mejor de tres partidas”. Es un ejercicio divertido con el que además de manipular, se crea un material cuya finalidad es estrictamente educativa. Con el dominó matemático se estará trabajando la agilidad mental y de reacción, además del repaso de sumas y restas. Se puede realizar el mismo ejercicio en 4º de primaria, pero incluyendo la multiplicación y la división.

Máquina de sumas y restas

Ejercicio propuesto para 1º de EP: la actividad tiene dos partes; la primera consiste en crear, por grupos, una máquina de sumas y restas, con la ayuda del docente. En la segunda, a cada grupo se le darán 10 operaciones en un folio, y uno a uno irán saliendo a realizarlas en la máquina de sumas (cada alumno hará una operación). El grupo

que finalice sus operaciones correctamente en menos tiempo, será el ganador de la prueba”. Se puede realizar el mismo ejercicio en 2º de primaria, pero incluyendo operaciones (sumas y restas) más complejas, compuestas por números mayores. Con este ejercicio, además de practicar las operaciones de sumar y restar, los alumnos también están trabajando cooperativamente, e igualmente trabajan la agilidad mental. También se puede adaptar la actividad para alumnos de 3º y 4º, quitando los signos de sumar y restar, e intercambiarlos por los de multiplicar y dividir.

Bingo matemático

Ejercicio propuesto para 5º y 6º de EP: consiste en que cada alumno tendrá dos o tres cartones con números u operaciones, como si fuera el bingo de toda la vida. El profesor será quien cante los números y las operaciones, y cada alumno irá tachando o no en su cartón. Un juego divertido, con el que se trabaja el cálculo mental. Asimismo, el alumno está alerta y activo durante el juego.

Conclusión

Llegamos al punto final, y solo queda hacer una reflexión acerca de lo expuesto a lo largo del trabajo.

El uso de materiales y recursos didácticos en el aula, en este caso en el área de matemáticas, ha ganado importancia en los últimos años. Tenemos a nuestro alcance una cantidad muy extensa de materiales, y la cuestión es saber utilizarlos en los momentos oportunos. Si queremos lograr que nuestros alumnos lleguen a valorar las matemáticas como una magnífica herramienta que les ayuda a resolver sus problemas y no como una asignatura estanca y tediosa, debemos basarnos en métodos que favorezcan la motivación y generen en el alumnado curiosidad y ganas de aprender. Esta labor, que debe llevar a cabo el docente, es imprescindible para el correcto desarrollo del hecho educativo.

Cabe mencionar que el uso de las TIC está en auge. Lo hemos podido comprobar en los últimos meses en los que hemos sufrido la llegada de una pandemia, la cual nos ha tenido a los pies de la tecnología, viéndonos forzosamente obligados a utilizar unos recursos para los cuales, todavía, no estábamos bien preparados. Por ello, debemos tener presente que, al igual que la vida cambia, la educación también, y es el momento de adaptarnos a la era en la que vivimos.

Como apunte personal, me gustaría dejar clara mi opinión, y es que aunque estamos avanzando mucho en competencia digital y en dotaciones tecnológicas, el COVID-19 nos ha puesto a prueba, llegando a la conclusión de que todavía estamos lejos de tener una competencia digital acorde al s.XXI.

Concluyendo, he de decir que todo el tiempo que he tomado para llevar a cabo este trabajo ha sido muy agradable y fructífero, al mismo tiempo que he descubierto materiales, recursos y metodologías que seguro me servirán en un futuro cuando tenga la posibilidad de ejercer como docente.

Referencias bibliográficas

- Álvarez, A., (1996). *Actividades de matemáticas con materiales didácticos*. Madrid: MEC-Narcea.
- Bilbao, A., (2015). *El cerebro del niño explicado a los padres*. Barcelona: Plataforma actual.
- Brooks, J.G. y Brooks, M.G., (1999). *In search of understanding: The case for constructivist classrooms*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development (ASCD).
- Calle, D., (18 de agosto de 2017). *El aula debe ser un lugar de descubrimiento, experimentación, debate y trabajo en equipo*. Agencia de Calidad de la Educación. <https://cutt.ly/Xu52QSa>
- Carbonell J., (2001). *La aventura de innovar. El cambio en la escuela*. Madrid: Morata, p. 17.
- Casas, L.M., y Sánchez, C., (1998). *Juegos y materiales manipulativos como dinamizadores del aprendizaje de matemáticas*. Bilbao: Centro de publicaciones. p. 11. Secretaría General Técnica.
- Cascallana, M.T., (1998). *Iniciación a la matemática. Materiales y recursos didácticos*. Madrid. Editorial Santillana.
- Clemente, M., (2007). *La complejidad de las relaciones teoría-práctica en educación, Teoría de la Educación*. Vol. 19, p. 28.
- Cornago, O., (2015). *Ensayos de teoría escénica sobre teatralidad, público y democracia*. Madrid: Abada Editores, pp. 99-130.

Gobierno de La Rioja. (2014). *Decreto 24/2014, de 13 de junio, por el que se establece el currículo de la educación primaria en la Comunidad Autónoma de La Rioja.*

<https://cutt.ly/8iyMD7G>

González, P. S., Calderón, A. C., Camacho, M. M., (2016). *El planteamiento didáctico para la enseñanza de la multiplicación visual*. Uaricha, vol. 13.

Guedj, D. (2009). *Las Matemáticas explicadas a mi hija*. Barcelona: Paidós.

Gutiérrez, A. y otros., (1991). *Área de conocimiento: Didáctica de la Matemática*. Madrid: Síntesis.

Iglesias, J. M., (1999). *Los algoritmos de la suma y de la resta a través de las Regletas de Cuisenaire*. Revista de didáctica de las matemáticas, vol. 39., pp. 3-12.

<https://cutt.ly/qiueOvd>

Jiménez, C. y Roncal, L., (2015). *Recursos en la enseñanza de las matemáticas*. Logroño: Universidad de La Rioja.

Montero, M. J., (2008). *Competencias básicas en matemáticas: una nueva práctica (Educación infantil y primaria), (Spanish Edition) (1.ª ed.)*. Wolters Kluwer Educación.

Tapia, J. A., (1997). *Motivar para el aprendizaje*. Barcelona: Edebé, p. 56.

Teruel, F. M., (2017). *Neuroeducación*. 2nd ed. Madrid: Alianza, p. 31.

ANEXO

Contenidos que recoge el currículo de Educación Primaria de La Rioja, en base a las operaciones matemáticas elementales, por orden desde 1º hasta 6º de Educación Primaria:

1º de Educación Primaria

Comprobación de resultados mediante estrategias aritméticas.

Operaciones: operaciones con números naturales: adición, sustracción.

Propiedad conmutativa de la suma utilizando números naturales.

Resolución de problemas de la vida cotidiana.

Cálculo: utilización de los algoritmos estándar de suma y resta. Automatización de los algoritmos.

Descomposición de forma aditiva.

Construcción de series ascendentes y descendentes.

2º de Educación Primaria

Operaciones: operaciones de sumar (juntar o añadir) y restar (separar o quitar) y su uso en la vida cotidiana.

Iniciación a la multiplicación como suma de sumandos iguales y para calcular número de veces. Las tablas de multiplicar.

Expresión matemática oral y escrita de las operaciones y el cálculo de sumas y restas.

Propiedades de las operaciones y relaciones entre ellas utilizando números naturales.

Cálculo: estrategias de cálculo.

Estrategias iniciales para la comprensión y realización de cálculos de sumas y restas.

Cálculo mental automático: construcción y memorización de las tablas de sumar y restar hasta de 10 en 10.

Cálculo de restas sin llevadas utilizando el algoritmo académico.

Utilización de los algoritmos estándar de suma, resta, multiplicación e iniciación en la división por una cifra.

Automatización de los algoritmos.

Construcción de series ascendentes y descendentes.

Construcción y memorización de las tablas de multiplicar.

Primeras estrategias de cálculo mental.

Comprobación de resultados mediante estrategias aritméticas.

3º de Educación Primaria

Concepto intuitivo de fracción como relación entre las partes y el todo.

Operaciones: división de números naturales.

Operaciones con números decimales: adición, sustracción y multiplicación.

Cuadrados y cubos.

Cálculo: automatización de los algoritmos hasta la multiplicación de números decimales.

Elaboración y uso de estrategias de cálculo mental.

4º de Educación Primaria

Relación entre fracción y número decimal. Estimación de resultados.

Comprobación de resultados mediante estrategias aritméticas.

Operaciones: relación entre suma y resta, propiedad conmutativa y asociativa.

Multiplicación por un número de tres cifras.

Propiedad conmutativa, asociativa y distributiva.

Multiplicación y división por la unidad seguida de ceros. División con ceros en el cociente.

Potencia como producto de factores iguales. Cuadrados y cubos. Potencias de base 10.

Operaciones con números decimales. La división.

Cálculo: utilización de los algoritmos estándar de suma, resta, multiplicación y división de números decimales.

Descomposición, de forma aditiva y de forma aditivo-multiplicativa. Potencias de 10.

Múltiplos y divisores. Obtención de los primeros múltiplos de un número dado. Obtención de todos los divisores de cualquier número menor que 100.

5º de Educación Primaria

Divisibilidad: múltiplos, divisores, números primos y números compuestos. Criterios de divisibilidad.

Comprobación de resultados mediante estrategias aritméticas.

Operaciones con números naturales: adicción, sustracción, multiplicación y división.

Identificación y uso de los términos propios de la división.

Propiedades de las operaciones y relaciones entre ellas utilizando números naturales. Operaciones con fracciones. Operaciones con números decimales.

Resolución de problemas de la vida cotidiana.

Cálculo: utilización de los algoritmos estándar de suma, resta, multiplicación y división.

Uso de la calculadora.

6° de Educación Primaria

Divisibilidad: múltiplos, divisores, números primos y números compuestos.

Criterios de divisibilidad.

Números positivos y negativos.

Identificación y uso de los términos propios de la división.

Propiedades de las operaciones y relaciones entre ellas utilizando números naturales.

La regla de tres en situaciones de proporcionalidad directa: ley del doble, triple, mitad.

Elaboración y uso de estrategias de cálculo mental.

Utilización de la calculadora.